Gymnasium Goetheschule
Franziusweg 43
30167 Hannover

Facharbeit

im Leistungskurs Mathematik

Die geschichtliche Entwicklung der Analysis

(Thema)

und ihre Grundprobleme

Verfasser/in: Natascha Kraemer

Fachlehrer/in: Ole Gleiche

Abgabetermin: 23.03.2004

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Im Rahmen dieser Facharbeit möchte ich die Ursprünge der heutigen Analysis und ihre geschichtliche Entwicklung bis heute erforschen und herausfinden, was die Menschen von damals dazu bewogen hat, sich ausführlich mit den Werkzeugen, die ihnen die Mathematik ihrer Zeit zu bieten hatte, auseinander zu setzen und diese fortlaufend zu verbessern.

Des Weiteren soll deutlich werden, wie eng die geschichtlich Laufbahn der Analysis – und der Mathematik allgemein – mit der allmählich wachsenden Vorstellungskraft der Menschen verbunden ist und dass die vielen Dinge, die einem jeden heute so selbstverständlich erscheinen, von den klugen Köpfen der damaligen Zeit erst mühsam erarbeitet werden mussten, zumal die Vorstellungskraft der Menschheit von damals durch ihren Glauben und ihre Überzeugungen („Die Erde ist eine Scheibe!“) stark eingeschränkt werden.

2. Infinitesimalrechnung vor Newton und Leibniz

Den Angelpunkt unserer heutigen Analysis bilden zweifellos die Differential- und die Intergralrechnung, die von Newton und Leibniz entdeckt wurden; doch schon lange vor ihnen beschäftigten sich bedeutende Mathematiker mit Problemen, die der Analysis zugeordnet werden und deren Lösungen man heute nicht mehr missen möchte.

2.1 Antike Flächenberechnung

Ausgangspunkt unserer Analysis ist wohl definitiv die Beschäftigung der Griechen mit dem Inhaltsproblem. Krummlinig begrenzte Flächen kann man nicht ausmessen, aber man kann Flächeninhalte miteinander vergleichen. Die Griechen setzen sich daher zum Ziel, zu einer beliebigen Fläche ein Flächengleiches Quadrat, Rechteck oder allgemeines Dreieck zu konstruieren, um so den Flächeninhalt zu ermitteln. Daher spricht man bei Flächeninhaltsbestimmungen auch häufig von einer Quadratur.
Jesuis Grégoir à Saint Vincent nennt diese Methode später (im 17. Jahrhundert) „Exhaustionsmethode“, um auszudrücken, dass zum Beispiel das Volumen einer vierseitigen Pyramide durch die Volumina von Quadern „ausgeschöpft“ werden kann.

Ein Höhepunkt der griechischen Mathematik ist sicherlich das Werk des Euklid (365 – 300 v. Chr.). Seine „Elemente“ sind für die folgenden zwei Jahrtausende das Standardwerk der Geometrie und seine unanzweifelbaren Methoden sind Vorbild für die ganze Mathematik.
Euklid beweist unter Anderem, dass es unendlich viele Primzahlen gibt und er tut bereits einen vorsichtigen Schritt in die Unendlichkeit, indem er sagt, dass es mehr Primzahlen als jede vorgelegte Anzahl von Primzahlen gäbe.[1]

Das Werk des Archimedes (287 – 212 v. Chr.) bildet den wesentlichen Abschluss der antiken Mathematik. Archimedes beschäftigt sich nicht nur in seiner Freizeit mit der Mathematik; er ist tatsächlich als

[1] Absatz sinngemäß aus: http://www.hirnwindungen.de/Mathe/hirn_gesch_math.html

Mathematiker, Ingenieur und technischer Berater des jeweiligen Königs hoch angesehen. Er stellt allgemeine Methoden zur Bestimmung krummliniger Ebenen und der Volumina von Körpern, die durch gekrümmte Flächen begrenzt sind, wie Kreis, Kugel, Parabelsegment und Rotationskörper und vervollkommnet so die Exhaustionsmethode. Archimedes ist alles Andere als ein Theoretiker: er ist immer auf der Suche nach Lösungen für Probleme, die ihm im alltäglichen Leben begegnen. So erfindet er zum Beispiel die Wasserschnecke zur Bewässerung der Felder, wie sie noch heute im Orient verwendet wird, und Kriegsmaschinen (Katapulte, den Hohlspiegel, und Vieles mehr), um seine Heimatstadt Syracus im punischen Krieg gegen die Römer zu verteidigen. Des Weiteren entdeckt er den Auftrieb und die Hebelgesetze und ermittelte Näherungswerte für π und Quadratwurzeln.

Archimedes gilt als der größte Mathematiker des Altertums, er kommt dem Grenzwertbegriff und der heutigen Integralrechnung schon relativ nahe, was untypisch für diese Zeit ist, wie in 2.3 noch näher erläutert wird. Doch erstaunlicherweise ist sein ganz persönlicher Triumph ein ganz Anderer: Es ist seine Entdeckung, dass das Volumen einer Kugel $\frac{2}{3}$ des Volumens des Zylinders, in den die Kugel eingeschrieben ist, entspricht. Darauf ist er so stolz, dass er den Wunsch äußert, eine entsprechende Gravur auf seinen Grabstein abgebildet zu bekommen[1].

2.2 Stolpersteine der Entwicklung

Um zu verstehen, warum sich die Analysis nach diesem geschichtlichen Abschnitt lange Zeit nur zögerliche Fortschritte zeigt, sollte vielleicht erwähnt werden, dass die politischen Ereignisse der verschiedenen Epochen die Weiterentwicklung der Mathematik nicht immer unterstützen. Als beispielsweise Alexandria 47 v. Chr. von den Römern belagert wird, brennt die größte Bibliothek und mit ihr über 700.000 Papyrusrollen nieder.

Später verfolgt die christliche Kirche, wie auch andere Religionen, die „heidnischen“ Wissenschaften, um diese zu unterdrücken. An der Spitze steht aber sicherlich die

[1] inhaltlich aus http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/archimedes.html

Inquisition (ca. 12.–18. Jahrhundert), die mit Folter und Todesstrafe gegen jeden vorgeht, der es wagt, wissenschaftliche Erkenntnisse über Dogmen zu stellen[1].
Daher muss auch Galilei, der meint, dass die Auslegung der Bibel sich dem gestiegenen Wissensstand anpassen müsse, seinem heliozentrischem Weltbild abschwören. Sein bereits von der katholischen Kirche zensiertes Werk wird verbrannt und das Urteil des Gerichts (lebenslange Haft, später abgemildert zu ständigem Hausarrest) wird zur Abschreckung in jeder Universität für die Öffentlichkeit zugänglich gemacht.

2.3 Wandlungen im Mittelalter

Diesem relativen Stillstand der mathematischen Entwicklung folgt nach dem Zusammenbruch des römischen Reiches (um 500 n. Chr.) eine lange Periode in Europa, in der antikes Wissen weitgehend verschüttet bleibt. Vieles wird jedoch wiederentdeckt oder von anderen Kulturen übernommen. Nun wirken besonders im arabischen Raum viele Gelehrte, die an antike Erkenntnisse anknüpfen.

Während der Antike wurden Flächenberechnungen in der Regel mithilfe von Widerspruchsbeweisen begründet. So ermittelt Archimedes zum Beispiel die Kreisfläche indem er sagt:

- die Annahme, die Kreisfläche sei größer als die Fläche des Dreiecks, dessen Grundseite gleich dem Kreisumfang und dessen Höhe gleich dem Radius ist, führt zu einem Widerspruch;
- die Annahme, die Kreisfläche sei kleiner als die des Dreiecks führt ebenfalls zu einem Widerspruch.

Also – so schließt man – muss die Kreisfläche gleich der Dreiecksfläche sein. [2]

In dieser Form der Beweisführung wird eine Grenzwertbetrachtung und eine Bezugnahme auf das Unendliche geschickt umgangen. Es wird vermutet, dass die antiken Mathematiker dieses als Reaktion auf eine philosophische Lehre Aristoteles, der den Begriff des Unendlichen ablehnt, vermeiden wollen.

[1] singgemäß aus: http://www.hirnwindungen.de/Mathe/hirn_gesch_math.html
[2] Quelle: „Geschichte der Analysis“, Seite 51 (die genaue Literaturangabe (Autor, Verlag, Erscheinungsort und –datum) lässt sich im Literaturverzeichnis nachlesen.). Dieses Beispiel soll in erster Linie deutlich machen, was ein Widerspruchsbeweis überhaupt ist.

Diese Einstellung wandelt sich im Laufe des Mittelalters deutlich, da sich der christliche Glaube mehr und mehr durchsetzt und sein Gottesbild vom allmächtigen Schöpfer die Philosophie erneut mit der Unendlichkeit, einem Hauptattribut Gottes, konfrontiert. Somit wächst im Mittelalter die Bereitschaft, den Begriff der Unendlichkeit zu akzeptieren – dies zeigt einmal mehr, dass die Mathematik mit der Vorstellungskraft der Menschen wächst. Hiermit ist der Weg für die moderne Mathematik als „Wissenschaft vom Unendlichen“[1] geebnet.

2.4 Mathematiker des 17. Jahrhunderts

Wie immer in der Mathematik sind es auch gegen Ende der Renaissance zumeist konkrete Probleme, die den Menschen inspirieren, Wege zu finden, diese zu lösen, so kommt Johannes Kepler (1571 – 1630), der ursprünglich eigentlich Priester werden wollte, durch ein seiner Meinung nach ungenaues Messverfahren auf die Idee, eine Untersuchung über das Volumen von Weinfässern durchzuführen, in deren Rahmen er sich auch unendlich kleiner und großer Größen bedient. Sein Vorgehen ist größtenteils intuitiv und sein Werk zeigt leider, vermutlich weil es auf Latein verfasst ist, wenig Erfolg.

Auch Galileo Galilei (1564 – 1642) kommt schon auf die Indivisiblien, also nicht weiter teilbaren Bestandteile, zu sprechen. Er führt erstmals sorgfältige Messungen durch anstatt nur auf Spekulation und formale Logik zurück zu greifen. Er erreicht damit eine weitgehende Mathematisierung der Naturwissenschaften, was einen ernormen Einfluss auf die neuzeitliche Mathematik hat. Mit seinem 1638 veröffentlichtem Werk über seine verbesserten Bewegungsstudien öffnet er den späteren Weg Newtons.

Pierre de Fermat[2] (ca. 1601 – 1665, diese Daten sind nicht gesichert, da verschiedene Quellen sich widersprechen) gilt trotz seines Amateurstatus neben Descartes, der die Koordinatenmethode entwickelt, als der größte Mathematiker

[1] Quelle: „Geschichte der Analysis“, Seite 56
[2] Bild aus: http://www.mathematik.ch/mathematiker/fermat.php

seiner Zeit. Als Entwickler der Achsengeometrie ist er der Begründer der analytischen Geometrie. Fermat ist ein Pionier in der Infinitesimalrechnung, denn er findet Methoden zur Integration von Potenzen und ist somit in der Lage Tangentenprobleme, also Integration von Kurven, zu lösen und Extrem- und Nullstellen zu finden. Bekannt wird er jedoch durch seinen „Großen Fermatschen Satz“ in dem er eine von ihm erdachte Variante des Pythgoras-Satzes - $a^n + b^n <> c^n$ für $n \in Z^{\rangle 2}$ und $a,b,c \in R^{\rangle 0}$ - auf mehrdimensionale Figuren anwenden will. Einen Beweis dazu schreibt er jedoch nicht nieder.

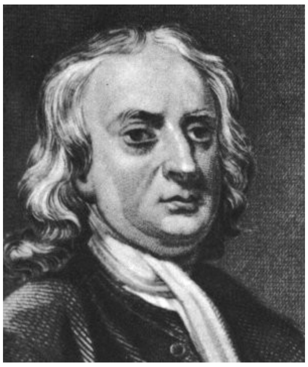
Blaise Pascal (1623 – 1662), einer der größten Inspiratoren Leibniz’, wird als Kind nicht in die Schule geschickt, sondern von seiner Schwester unterrichtet. Da sein Vater erhöhten Wert auf Sprachen und Grammatik legt, gibt er sich alle Mühe, seinem Mathematik und naturwissenschaftlich interessierten Sohn, dementsprechende Literatur vorzuenthalten. Vielleicht reizt er seinen Sohn gerade dadurch besonders, denn Pascal bringt sich die Grundzüge der Geometrie kurzerhand selbst bei und verfasst bereits mit 16 Jahren seinen ersten wissenschaftlichen Aufsatz, mit dem er die Lehre der Kegelschnitte begründet. Des Weiteren erfindet er für seinen Vater, der als Steuerbeamter tätig ist, die erste mechanische Rechenmaschine, um ihm das lange Addieren großer Beträge zu erleichtern. Später wird die Programmiersprache Pascal aufgrund seiner Erfindung als Vorläufer des Computers nach ihm benannt werden.

3. Die Entdeckung des Calculus, Newton und Leibniz

Wie schon erwähnt gab es schon lange vor Newton und Leibniz zahlreiche Methoden, um Kurven, Flächeninhalte und Volumina zu berechnen. Diese waren jedoch zumeist sehr problemorientiert. Viele Mathematiker haben schon Versuche der Verallgemeinerung unternommen. So kam Fermat dem allgemeinen Verfahren des Calculus schon recht nahe, doch er erkannte weder den wahren Stellenwert seiner Entdeckung, noch dass seine Quadratur- und Tangentenbestimmungsmethode zueinander inverse Probleme thematisieren. Barrow, Newtons Lehrer, war Fermat in dieser Hinsicht zwar einen Schritt voraus, schrieb diesem Zusammenhang aber keine größere Relevanz zu.

An Newton (1643 - 1727) und Leibniz (1646 - 1716) liegt es also, die bereits vorhandenen infinitesimalen Techniken zu einem geschlossenen mathematischen Verfahren auszubauen. So entwickeln sie schließlich das Know-how verschiedene Quadratur- und Tangentenprobleme auf **algorithmischem** Wege zu lösen.

3.1 Isaac Newton



Newton[1] studiert als Schüler Barrows Philosophie in Cambridge, interessiert sich aber schon bald auch für die Mathematik. Als 1665/66 die Universität aufgrund einer Pestepidemie schließen muss, hält sich Newton in seinem Heimatort, der Grafschaft Lincoln, auf und macht seine ersten großen Entdeckungen: die binomische Reihe, die Grundgedanken der Differentialrechnung, das Gravitationsgesetz, die Potenzreihenentwicklung verschiedener Funktionen wie zum Beispiel die Funktionen $\sin x$ und e^x. Viele seiner Ergebnisse veröffentlicht er jedoch nie – angeblich aus Angst vor Kritik – sondern gibt sie nur an Bekannte weiter. So entsteht später unter Anderem auch ein reger Briefwechsel mit Leibniz, der um etwa 1675 die Grundgedanken seines Calculus findet. Die beiden Männer teilen sich ihre Metho-

[1] Das Bild Newtons ist aus http://www.mathematik.ch/mathematiker/newton.php entnommen.

den und Ergebnisse jedoch in einer möglichst verschlüsselten Form mit (Newton hält den „Leseschlüssel“ zu seinen Anagrammen in seinem Notizbuch fest), um ihre Priorität zu sichern und den jeweils Anderen wissen zu lassen, was sie alles entdeckt und erfunden haben, ihm aber nicht die Möglichkeit geben, die verwendeten Methoden nachzuvollziehen oder gar sich selbst anzueignen. 1677 bricht dieser Briefwechsel ab.

Zurück zu Newton selbst: Bereits als nicht einmal 25-jähriger entdeckt Newton den Zusammenhang zwischen Differential- und Integralrechnung.
Etwa 1671 verwendet er unter dem Titel „Methodus fluxionum et serium infinitorum“ eine kinematische Vorstellung: Er sieht eine Linie als einen sich bewegenden Punkt, eine Fläche als eine sich bewegende Linie, Körper als sich bewegende Flächen und Winkel entstehen aus der Rotation ihrer Schenkel. Variablen fasst er demnach als abhängig von der Zeit auf, nennt sie Fluenten und bezeichnet sie, sofern sie bekannt sind, mit den Anfangsbuchstaben des Alphabets, wenn sie jedoch erst noch berechnet werden müssen, beschreibt er sie mit den letzten Buchstaben des Alphabets, wie es heute noch üblich ist. Die dazugehörigen Änderungen dieser Größen nennt er Fluxionen und bezeichnet sie mit $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$. Ist die Beziehung zwischen Fluenten gegeben, sucht er die Beziehung zwischen den Fluxionen und umgekehrt. Er stellt den Begriff Fluente an die Spitze seiner Überlegungen zum Integral. Wie auch heute noch üblich, trägt er die Geschwindigkeit auf der Ordinate y und die Zeit auf der Abzisse x ab; das Intergral gewinnt er dann aus der Änderung der Fläche in einem Punkt.

In seinem berühmtesten Werk „Philosophiae naturalis principia mathematica“ (1687 erschienen) kommen Methoden des Calculus zwar nur versteckt vor, doch er erlangt dadurch eine große Popularität, was zur Folge hat, dass er zahlreiche Ehrenämter erhält. Sein Lebensabend ist dennoch etwas durch den Prioritätsstreit mit Leibniz über die Entdeckung des Calculus getrübt. Dies liegt zum Einen an der schlechten wirtschaftlichen Lage der Verleger und die daraus folgende verzögerte Herausgabe seiner Werke, zum Anderen an Newton selbst, der nur selten und mit Widerwillen noch nicht völlig abgeschlossene Ergebnisse zu veröffentlicht.[1]

[1] sinngemäß aus: „Geschichte der Mathematik“, Seite 50

3.2 Gottfried Wilhelm Leibniz

Ein mindestens genauso bedeutender Mathematiker wie Newton ist sein schon erwähnter Zeitgenosse Leibniz[1], er ist jedoch, wie noch deutlich werden wird, weitaus vielseitiger als Newton.

Geboren wird er im Sommer 1646 in Leipzig, wo er später auch Rechtswissenschaft studiert. Mit 18 Jahren wird er Magister der Philosophie. 1667 befördert und in die Dienste des Mainzer Kurfürsten eingetreten, begibt er sich 1672 im Rahmen einer diplomatischen Mission nach Paris, da er Ludwig XIV zum Angriff auf Ägypten bewegen soll. Während dieser Zeit beginnt der damals 26-jährige sich mit den Werken Pascals, Descartes, Wallis, Huygens, den er sogar kennen lernt, und Gregorius auseinander zu setzen.

In Paris bewirbt er sich auch an der Academie des Sciences, wo er auch seine Rechenmaschine vorführt, scheitert jedoch und unternimmt daraufhin mehrere Reisen nach London. 1676 tritt er in hannoversche Dienste ein. In dieser Zeit arbeitet er als Bibliothekar, Hofrat, ist im Bergbau im Harz tätig und entwickelt neue Uhren, Pumpen und auch Windmühlen.

Ursprünglich inspiriert durch das charakteristische Dreieck Pascals und seine eigenen Betrachtungen von Differenzenfolgen, führt er schon Kurvendiskussionen in unserem heutigen Sinne durch – nur sind bei ihm x- und y- Achse vertauscht. Leibniz formuliert – im Gegensatz zu Newton bereits allgemeine Ableitungsregeln (zum Beispiel die Quotientenregel), die er jedoch nicht beweist.

Allgemein zeigt Leibniz ein außerordentliches Geschick in der Erfindung zweckmäßiger mathematischer Bezeichnungen und Symbole, so erfindet er zum Beispiel die Begriffe Koordinate, Tranzendenz, Differential und Integral sowie die Symbolik der letzten beiden, Funktion f(x) – allerdings noch ohne die Klammern – und sogar unsere heutige Schreibweise des Multiplikations- und des Divisionszeichens sollen wir ihm zu verdanken haben!

[1] Quelle des Bildes: http://www.mathematik.ch/mathematiker/leibniz.php

Leibniz leistet auf vielen Gebieten wichtige Beiträge:

- Er erforscht die Geschichte des Welfenhauses, um dessen Anspruch auf die englische Krone zu begründen (1685);
- Philosophie, Psychologie und Theologie;
- Informatik und Logik;
- Ingenieurwissenschaften und natürlich Mathematik;
- und Vieles mehr,

weshalb er als das „letzte Universalgenie der Menschheitsgeschichte“[1] bezeichnet wird.

1684 veröffentlicht er schließlich in seinem Aufsatz „Nova methodus“ und in einem weiteren Werk, das zu deutsch „Über eine verborgene Geometrie und über die Analysis der Indivisiblien und der Unendlichen“ heißt, seine Ergebnisse in der Differential- und Integralrechnung, welche von seinen Schülern rasch weiter ausgebaut werden.
Nur ein Jahr später flammt der Prioritätsstreit zwischen Newton und Leibniz auf. Einige englische Mathematiker, die Leibniz seit einer weit zurückliegenden Blamage in London für einen Delletanten halten, werfen Leibniz vor, seine Infinitesimalmethoden seien nicht Entwicklungen seiner selbst, sondern von Barrow übernommen. Newton behauptet öffentlich, er habe die Infinitesimalrechnung zuerst gefunden und dass Leibniz sie erst mithilfe seiner Ideen nach entdeckt habe. Die englischen Mathematiker ergreifen selbstverständlich für ihren Landsmann Partei, während sich Leibniz’ Schüler auf seine Seite stellten. Der Streit artet immer weiter aus, was die jeweiligen Anhänger der beiden immer fester zusammenschweißt; selbst nach dem Tod der beiden hält diese Solidarität an. Dies wirft die englische Mathematik im Vergleich zum europäischen Festland weit in ihrer Entwicklung zurück, da man die „formal überlegene Methode des Leibniz’schen Calculus“[2] nur sehr zögerlich annimmt.

[1] Quelle: „Die Geschichte der Mathematik“, Seite 94
[2] Quelle: „Die Geschichte der Mathematik“, Seite 51

3.3 Das erste Lehrbuch der Differentialrechnung

Nur etwa zehn Jahre später erscheint das erste Lehrbuch der Differentialrechnung, „Analyse des infiniments petits, pour l'intelligence des lignes courbes" (zu deutsch: Analysis des Unendlichkleinen, zum Verständnis gekrümmter Kurven).
Nach dem Tod des Autor Marquis de l'Hôpital wirft Johann Bernoulli, dem man einen sehr streitsüchtigen Charakter nachsagt – ich werde ihn im folgenden Kapitel noch näher vorstellen – seinem ehemaligen Privatschüler Marquis offen vor, er habe sich seines geistigen Eigentums unrechtmäßig bedient. Spätere Quellenstudien erhärten diesen Vorwurf zwar, doch große Teile des Werkes sind definitiv unabhängig von Bernoulli entstanden.
Bis zu Eulers „Introductio [...]" bleibt dieses Werk auf dem Kontinent ohne Konkurrenz. Da liegt die Vermutung nahe, dass es einen sehr großen Einfluss hat.

3.4 Die neue Analysis und ihre Kritiker

Die Kritiker und Gegner der neuen Analysis sind vermutlich genauso zahlreich wie ihre Motive und Ansatzpunkte; ich möchte an dieser Stelle aber nur einen von ihnen besonders hervorheben: Die von Bischoff Berkeley (1685 – 1753) verfasste Streitschrift „The Analyst" versucht nachzuweisen, dass „Mathematiker ebenso viele Ungereimtheiten in Anspruch nehmen wie die Theologen: erstere sehen nur den Splitter in den Augen der anderen, übersehen aber den Balken in ihren eigenen"[1] – so das Motto seiner Schrift. Der Bischoff kennt die Mathematik seiner Zeit gut und kritisiert sie daher auch an ihrem schwächsten Punkt: dem Begriff des unendlich Kleinen und den Regeln zum Umgang damit. Noch Leibniz ringt ein Leben lang mit ihrer genauen Deutung, findet schließlich drei verschiedene, entscheidet sich jedoch nie, welche er für die Richtige hält.

Es ist Newtons Vorgangsweise, die Berkeley in seiner Streitschrift kritisiert, da er der Meinung ist, dass Newton ohne seine „raffinierten Abstraktionen" und seine „Metaphy-

[1] Quelle: „Geschichte der Analysis", Seite 111

sik der Geometrie" nichts mit den allgemein bekannten Methoden erreichen kann. Besonders anstößig ist für Berkeley der Begriff der Fluxionen:

> „Und was sind die Fluxionen? Die Geschwindigkeiten verschwindender Inkremente? Sie sind weder endliche Größen noch unendlich kleine und doch auch nicht nichts. Dürfen wir sie nicht die Geister verstorbener Größen nennen?"[1]

Erstaunlich ist, dass Berkeley keineswegs die Richtigkeit von Newtons Ergebnissen anzweifelt. Er entwickelt sogar eine eigene Theorie, wie man mit so vagen Vorstellungen wie unendlich kleinen Größen zu vernünftigen Resultaten kommen kann.
Die Analysis (seiner Zeit) funktioniere nur, „weil sie auf der gegenseitigen Kompensation von Fehlern beruhe"[2].

Doch selbst diese scharfe, teils auch berechtigte Kritik, kann die Entwicklung nicht aufhalten. So wird die Analysis im 18. Jahrhundert zur beherrschenden Wissenschaft der Zeit; sie ist eng mit Mechanik und Astronomie verknüpft und hat viele unmittelbare Anwendungen. Die Welt scheint berechenbar, was ganz im Stil der Aufklärung steht, und die Erfolge bestätigen die von Leibniz und Newton geschaffenen Methoden. Es gab sogar Versuche, Ergebnisse der Analysis in die Philosophie zu übernehmen.

[1] Quelle: „Geschichte der Analysis", Seite 112

4. Ausbau der Differential- und Integralrechnung

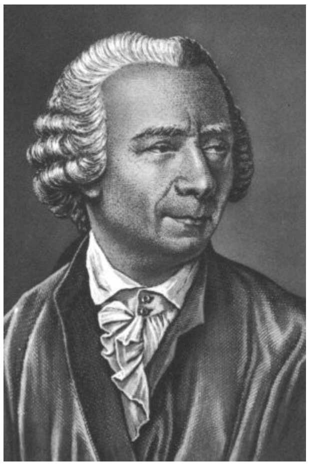
Wie schon angedeutet finden sich viele begeisterte Mathematikinteressierte, die das Werk von Newton und Leibniz fortführen. Neben dem schon genannten l'Hôpital sei besonders die Familie Bernoulli genannt. Im Folgenden möchte ich auch Leonard Euler (1707 – 1783) und weitere große Mathematiker des 18. und 19. Jahrhunderts vorstellen.

4.1 Die Gebrüder Bernoulli

Beide Brüder sind treue Anhänger Leibniz, die auch in seinem unermüdlichen Prioritätsstreit mit Newton hinter ihm stehen. Beide tragen durch Lösung zahlreicher Probleme erheblich zur Popularität der neuartigen Infinitesimalrechnung bei. Sie berechnen in der 1700 von Leibniz gegründete Leibnizakademie die Kettenlinie (die Linie, in der eine Kette verläuft, wenn man sie zwischen zwei Punkten aufspannt).
Jacob (1654 – 1705) untersucht die Konvergenz von Reihen und interessiert sich besonders für Spiralen, wie zuvor schon Archimedes. Auch er lässt sein Interesse in Form einer logarithmischen Spirale und der lateinischen Inschrift „Verändert erstehe ich von Neuem"[1] auf seinem Grabstein verewigen. Seine wichtigsten mathematischen Werke werden jedoch erst nach seinem Tod von seinem Neffen Nikolaus (ebenfalls ein Mathematiker) veröffentlicht.
Jacobs jüngerer Bruder Johann (1667 - 1748) kommt als zehntes Kind zur Welt, studiert nach Abbruch seiner Kaufmannslehre Medizin, interessiert sich aber durchaus für die Infinitesimalrechnung, mit der er sich zunächst mit seinem Bruder in seiner Freizeit beschäftigt. 1691 wird er Privatlehrer l'Hôpitals und auch Euler lässt sich unter seinen Schülern finden.
Vier Jahre später wird er Mathematikprofessor in Groningen; nach dem Tod seines älteren Bruders, mit dem er inzwischen auch in einen gewissen Prioritätsstreit geraten ist, übernimmt er dessen Professur in Basel. Ihm wird ein recht streitsüchtiger, überheblicher Charakter nachgesagt, denn er ist sich seiner Brillanz durchaus bewusst.

[1] Quelle: „Geschichte der Analysis", Seite 118

4.2 Leonard Euler



Euler[1] lebt in der Blütezeit der Aufklärung. Er leistet Beiträge zu vielen Bereichen, wie der Physik, der Kunst des Schiffbau und der Seefahrt, zur Theologie und wie die meisten großen Mathematiker, die bis zu diesem Zeitpunkt gelebt haben, auch zur Philosophie. Euler gilt als der produktivste Mathematiker aller Zeiten; von ihm stammen knapp 900 Werke und schreibt circa 800 Seiten pro Jahr, besonders als er mit 28 Jahren anfängt wegen Überarbeitung zu erblinden. Mehr als die Hälfte seiner Werke schafft er völlig erblindet. Ihm gelang eine weitgehende Systematisierung der neugewonnenen Erkenntnisse.

Er ist ein erfolgreicher Erfinder mathematischer Bezeichnungsweisen: die Symbolik π, Σ, $f(x)$ und die Standardbeschriftung des Dreiecks stammen von ihm. Mit seiner 1748 erschienen „Introductio in analysin infinitorum“ schafft er ein Buch der Analysis für die nächsten 100 Jahre. Er stellt darin die Funktion erstmals in den Mittelpunkt der Betrachtung, behandelt trigonometrische Funktionen streng analytisch, trennt sich also einmal ganz von der Geometrie. Selbiges tut er mit Exponential- und Logarithmusfunktionen und auch Kurven und Flächen werden mit Hilfe der Möglichkeiten, die ihm die Analysis bietet systematisch untersucht. Zwar zieht er dabei manche Schlüsse, bei denen man heute Gänsehaut bekommen würde, doch seine Ergebnisse sind fast immer korrekt. Noch heute rechnen Ingenieure mit Tabellen, die Euler einst erstellt, aber nie bewiesen hat.

Wie aus Berichten von Zeitgenossen Eulers zu entnehmen ist, ist der vielbeschäftigte Euler trotz Allem ein engagierter und liebevoller Familienvater von 13 Kindern: „Ein Kind auf den Knien, eine Katze auf dem Rücken, so schrieb er seine unsterblichen Werke.“[2] Dies ist wohl dadurch möglich, dass er von den Akademien seiner Zeit großzügig bezahlt und durch Friedrich den Großen und Katharina von Russland, die sein Potenzial erkannt haben, unterstützt wird.

[1] Quelle des Bildes: http://www.mathematik.ch/mathematiker/euler.php
[2] Quelle: „Geschichte der Analysis“, Seite 138

„Euler rechnete so mühelos, wie andere Menschen atmen oder der Adler in den Lüften schwebt“[1], schwärmt ein anderer Zeitgenosse von ihm.

4.3 Analysis zur Zeit der französischen Revolution und im 19. Jahrhundert

Auf dem Gebiet der Analysis werden während der französischen Revolution und in der darauf folgenden Zeit besonders in Frankreich großartige Fortschritte erzielt. In dieser Zeit mischen sich mehr und mehr Mathematiker aber auch erfolgreiche Amateure in das Geschehen mit ein; zu viele um sie alle zu überblicken, geschweige denn in einer Facharbeit aufzählen zu können. Ich möchte daher an dieser Stelle nur einige wichtige Namen und was die Personen, die sich dahinter verbergen geleistet haben, erwähnen – ohne die Behauptung der Vollständigkeit – auch wenn es schwer fallen mag ohne umfangreiche Ausführungen zu deutlich zu machen, was die jeweilige Person gegenüber ihrer Vorgänger tatsächlich geleistet hat, zumal sich die verschiedenen Quellenaussage darüber oft uneinig sind.

Zunächst seien hier Eulers Nachfolger Joseph Louis Lagrange (1736 – 1813), der Werke über Maxima und Minima, Variationsrechnung und analytische Mechanik verfasst, Pierre Simon Laplace (1749 – 1827), dessen Bestreben stets darin liegt, Naturerscheinungen mit den strengen Regeln der Analysis erklärbar zu machen und natürlich Adrien-Marie Legendre, der in erster Linie Flugbahnen von Kanonenkugeln berechnet, genannt. Des Weiteren beweist er, dass π irrational ist und erstellt im Rahmen eines größeren Projekts trigometrische und Logarithmentafeln. Auch elliptische Funktionen untersucht er.
Einen weiteren großen Mathematiker stellt Jean le Rond d'Alembert dar. Er findet die später nach Cauchy und Riemann benannte Differentialgleichung der Funktionstheorie. Er sieht bereits genau die Schwierigkeiten in der damals üblichen Vorstellung von den Differentialen als unendlich kleine Größen, die – je nach Bedarf – als Null oder von Null verschieden angenommen werden. D'Alembert stellt fest, dass diese Problem

[1] Quelle: http://www.mathematik.ch/mathematiker/euler.php

durch Verwendung des Grenzwertbegriffs, den er im Gegensatz zu seinen Vorläufern fast einwandfrei definiert, vermeiden könne.

Seine Ideen setzen sich jedoch erst im 19. Jahrhundert durch, also nachdem der Grenzwertbegriff von Cauchy genau definiert ist.

Augustin-Louis Cauchy ist eine weitere zentrale Figur der französischen Mathematik, denn er gilt als der Begründer der streng logisch aufgebauten Analysis, wie man sie heute kennt. Er gibt mehrere Konvergenzkriterien für Folgen und Reihen an und er ist es auch, der als Erster die Bedeutung der, von Leibniz entdeckten, Determinanten erkennt. Später verhilft Carl Gustav Jacobi (1804 – 1851) den Determinanten zum endgültigen Durchbruch in der Mathematik.

Mitte des Jahrhunderts sind Dirichlet (1805 –1859) Riemann (1826 – 1866) und Karl Weierstraß (1815 – 1897) die führenden Gelehrten, die die Werke ihrer Vorgänger mit Erfolg verbessern. Dirichlet deutet die Funktion als Abbildung (vorher verstand man unter Funktion immer einen analytischen Ausdruck in unabhängigen Variablen.[1])

[1] sinngemäß aus: „Die Geschichte der Mathematik“, Seite 70

5. Schlussbetrachtung

Erstaunlich ist, wie eng die Analysis in der Geschichte mit der Philosophie und auch der Theologie verknüpft ist. Ein enormer Anteil der Mathematiker, die ich im Rahmen der Vorbereitungen zu meiner Facharbeit kennen gelernt habe, haben sich intensiv, teils auch beruflich, mit der Philosophie und Theologie beschäftigt. Dieses feste Band beginnt scheinbar erst im 19. Jahrhundert wirklich zu reißen, was aus einer Aussage von Laplace auf eine Anmerkung Napoleons hin, dass in seinem Werk nirgends von Gott die Rede sei, sehr deutlich hervorgeht: „Sire, ich benötige diese Hypothese nicht“[1]. Gerade in dieser Zeit erlebt die Analysis einen stürmischen Aufschwung. Dies liegt vermutlich tatsächlich daran, dass sich das Bewusstsein der Menschen im Allgemeinen und der Mathematiker im Speziellen über die Berechenbarkeit der Welt erheblich erweitert hat. Natürlich kann man heute noch nicht alles berechnen; immer wieder entstehen Ungenauigkeiten. Ein Paradebeispiel dafür sind Wettervorhersagen. Aber dies liegt wohl daran, dass die Wissenschaftler von heute immer noch nicht in der Lage sind *alle* Optionen in ihre Berechnungen mit einzubeziehen. Doch vielleicht ist dies den Menschen ja eines Tages möglich, weil neu errungene Vorstellungskraft sie immer wieder neue Eventualitäten entdecken lässt und sie so möglicherweise irgendwann zum Ziel führt, denn die Mathematik wird sich so lange weiterentwickeln, wie die Menschen in der Lage sind weiter zu denken.

[1] Quelle: „Die Geschichte der Analysis“, Seite 69

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbständig angefertigt, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und die Stellen der Facharbeit, die im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt aus anderen Werken entnommen wurden, mit genauer Quellenangabe kenntlich gemacht habe.
Verwendete Informationen aus dem Internet sind dem(r) Lehrer/in vollständig im Ausdruck zur Verfügung gestellt worden.

Hannover, den 22.03.2004

Natascha Kraemer

(Name in Maschinenschrift)

(Unterschrift)

Hiermit erkläre ich, dass ich damit einverstanden bin, wenn die von mir verfasste Facharbeit der schulinternen Öffentlichkeit zugänglich gemacht wird.

Hannover, den 22.03.2004

Natascha Kraemer

(Name in Maschinenschrift)

(Unterschrift)

7. Literaturverzeichnis

Klaus Volkert, „Geschichte der Analysis“, BI Wissenschaftsverlag, Zürich 1988

Hans Kaiser, Wilfried Nöbauer, „Die Geschichte der Mathematik“, öbv&hpt Verlagsgesellschaft mbH. & Co KG, Wien, Oldenbourg Schulbuchverlag, München, 3. Auflage 2002

http://www.hirnwindungen.de/Mathe/hirn_gesch_math.html

http://evl.htldornbirn.vol.at/aktuell/bundesseminar/geschichtederanalysis.rtf

http://www.net-lexikon.de/Analysis.html

http://www.mathematik.ch/mathematiker/

http://www.mathematik.ch/mathematiker/newton.php

http://www.mathematik.ch/mathematiker/leibniz.php

http://www.mathematik.ch/mathematiker/euler.php

http://www.mathematik.ch/mathematiker/fermat.php

http://www.surveyor.in-berlin.de/himmel/astro/Fermat.html

http://www.mathematik.ch/mathematiker/archimedes.php

http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/archimedes.html

http://www.bingo-ev.de/~kg666/verschie/physiker/galileo.htm

http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/descarte.htm http://www.bingo-ev.de/~kg666/verschie/physiker/kepler.htm

http://de.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/lagrange.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/weierstrass.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/dirichlet.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/cauchy.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/legendre.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/laplace.html

http://finanz.math.tu-graz.ac.at/~predota/history/mathematiker/fourier.html